

Pracovní úkol

1. Změřte tloušťku tenké vrstvy ve dvou různých místech.
2. Vyhodnoťte získané tloušťky a diskutujte, zda je vrstva v rámci chyby nepřímého měření na obou místech stejně silná.
3. Okalibrujte stupnici okuláru metodou postupných měření.
4. Pomocí Newtonových interferenčních kroužků změřte oba poloměry křivosti u dvou vybraných čoček.
5. Chybu v určení poloměru křivosti stanovte z vhodně použité lineární regrese.
6. Výsledky měření v bodě 4 porovnejte s optickou mohutností čoček změřenou pomocí fokometru.

Teoretický úvod

Interferencí se nazývá jev, který je společný všem vlnovým fenoménům. V experimentu využijeme tzv. *prostorovou* interferenci, kdy se různé vlny potkávají v jednom bodě prostoru s konstantním rozdílem fází. Tento rozdíl se navíc spojitě mění od bodu k bodu, čímž vzniká charakteristický obraz střídajících se světlých a tmavých proužků, které odpovídají konstruktivní a destruktivní interferenci.

V první části úlohy budeme určovat tloušťku vrstvy pomocí interference paprsků odražených od polopropustného zrcadla a jím prošlých a odražených od vrstvy, resp. od podložky, na které vrstva leží. Mírným skloněním zrcadla se docílí vzniku dvou sad proužků stejné tloušťky. Na Obrázku 1 je zachycen pozorovaný obrazec a v [1] je odvozeno, že pro tloušťku vrstvy t platí

$$t = \frac{x_1 \lambda}{x_2 2}, \quad (1)$$

kde λ je vlnová délka použitého monochromatického světla.

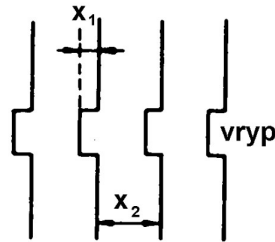
Druhým měřeným jevem jsou Newtonovy kroužky, která vznikají interferencí na vzduchové vrstvě mezi planparalelní destičkou a spojnou čočkou. Opět v [1] je odvozeno, že poloměr k -tého tmavého proužku je

$$\rho_k^2 = R(k\lambda - d), \quad (2)$$

kde R je poloměr křivosti čočky a d je parametr související s nedokonalým kontaktem čočky a destičky.

Pro optickou mohutnost D spojných čoček platí podle [2]

$$D = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (3)$$



Obrázek 1: Struktura proužků při měření tloušťky vrstvy

kde n je index lomu skla, ze kterého je čočka vyrobena, a R_1 , R_2 jsou poloměry křivosti obou jejích povrchů.

Statistické zpracování

Hodnotu veličiny změřené opakovaně uvádíme jako $\bar{x} \pm \sqrt{\sigma_{\bar{x}}^2 + \delta^2}$, kde

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

a δ je chyba měřidla.

Chybu veličiny $u = f(x_i)$ počítáme ze vztahu

$$\delta_u = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \delta_{x_i} \right)^2},$$

kde x_i jsou nezávislé veličiny a δ_{x_i} jejich chyby.

Při fitování vztahu na naměřená data používáme program *Gnuplot*. Ten aplikuje metodu nejmenších čtverců. V případě lineárního fitování jsou parametry dopočítány algebraicky, v případě nelineárního iterativně. Chyby parametrů fitování mají stejné vlastnosti jako standardní směrodatné odchylky.

Kalibraci přístroje s lineární stupnicí můžeme vyhodnotit metodou tzv. *postupných měření*. Při ní se z $n = 2k$ naměřených hodnot y_i vypočtou hodnoty $z_i = y_{k+i} - y_k$, které se potom vyhodnotí výše uvedeným způsobem. Hledaný kalibrační dílek je potom

$$\Delta y = \frac{\bar{z} \pm \sigma_{\bar{z}}}{k}.$$

Výsledky měření

Nejprve jsme měřili tloušťku vrstvy na dvou různých místech. Rozestup proužků x_2 jsme určili změřením polohy několika tmavých proužků, každé šestkrát, a dále

místo 1			místo 2		
$(kx_2 + p)/l$	x_1/l		$(kx_2 + p)/l$	x_1/l	
	proužek 1	proužek 2		proužek 1	proužek 2
9.3 ± 0.8	250	273	53.2 ± 0.7	408	414
155.7 ± 1.3	255	267	294.7 ± 1.8	408	414
304.3 ± 1.0	254	265	526.0 ± 1.9	401	419
462.5 ± 0.4	259	265		401	418
615.5 ± 0.7	265	266		407	419
	260	258		408	416
x_2/l			x_2/l		
151.9 ± 1.0	261.4 ± 1.9		237.3 ± 2.3	411.1 ± 1.9	

Tabulka 1: Měření tloušťky vrstvy

[mm]	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
[dílek]	41	103	165	227	287	351
[mm]	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
[dílek]	413	475	540	601	663	727

Tabulka 2: Kalibrace okuláru

lineární regresí těchto dat. Posunutí proužků na zlomu x_1 jsme změřili pro dva různé proužky šestkrát a všech 12 hodnot zprůměrovali. Oproti Obrázku 1 bylo ve skutečnosti $x_1 > x_2$, ale protože na rozhraní byl patrný vodící tmavý proužek, mohli jsme úlohu změřit jednoznačně i pomocí jedné vlnové délky – sodíkové čáry (589.3 nm). Vzdálenosti jsme odečítali pomocí nitkového kříže v okuláru mikroskopu a kolečka se stupnicí, které jím pohybovalo. Protože v této úloze potřebujeme pouze poměr dvou vzdáleností, nemuseli jsme stupnici kalibrovat. Výsledky zachycuje Tabulka 1, kde l označuje velikost jednoho dílku. Dosazením do vztahu (1) potom dostaneme pro obě místa

$$t(1) = (507 \pm 7) \text{ nm}, \quad t(2) = (510 \pm 7) \text{ nm}.$$

Před druhou úlohou jsme mikroskop nakalibrovali pomocí 0.1mm stupnice. Polohy jednotlivých dílků jsou v Tabulce 2. Zpracováním metodou postupných měření popsanou výše dostaneme velikost jednoho dílku

$$l = (1.604 \pm 0.003) \mu\text{m}/\text{dílek}.$$

Proměřovali jsme dvě čočky označené čísly 1 a 3 z obou stran. V případě nepolepené strany čočky 1 jsme měřili průsečíky tmavých kroužků s pomyslnou přímkou, po které se pohyboval nitkový kříž a která procházela středem kroužků, vždy třikrát. V ostatních případech jsme měřili polohy průsečíků tmavých kroužků s

k	ρ_k/mm	k	ρ_k/mm
čoočka 1			
nepolepená		polepená	
1	0.407 ± 0.002	1	0.165
2	0.589 ± 0.001	2	0.252
3	0.730 ± 0.001	3	0.318
		4	0.372
		5	0.416
čoočka 3			
nepolepená		polepená	
1	0.120	1	0.133
2	0.239	2	0.217
3	0.327	3	0.275
4	0.391	4	0.324
5	0.452	5	0.366
		6	0.404

Tabulka 3: Kalibrace okuláru

jejich tečnami jdoucími pod úhlem 45° vůči měřené souřadnici pouze jednou. Výsledné poloměry tak musíme vydělit $\sqrt{2}$. K přepočtení dílků na milimetry jsme použili výsledek předchozí úlohy. Výsledky jsou v Tabulce 3 a Obrázku 2. Regresí lineárním vztahem (2) jsme dostali výsledky

$$R(1, \text{nep.}) = (312 \pm 3) \text{ mm}, \quad R(1, \text{pol.}) = (62.3 \pm 0.4) \text{ mm},$$

$$R(3, \text{nep.}) = (49.3 \pm 0.1) \text{ mm}, \quad R(3, \text{pol.}) = (79.4 \pm 0.9) \text{ mm}.$$

Pomocí fokometru jsme naměřili optické mohutnosti čoček

$$D(1) = (12.38 \pm 0.13) \text{ dpt}, \quad D(3) = (16.75 \pm 0.13) \text{ dpt}.$$

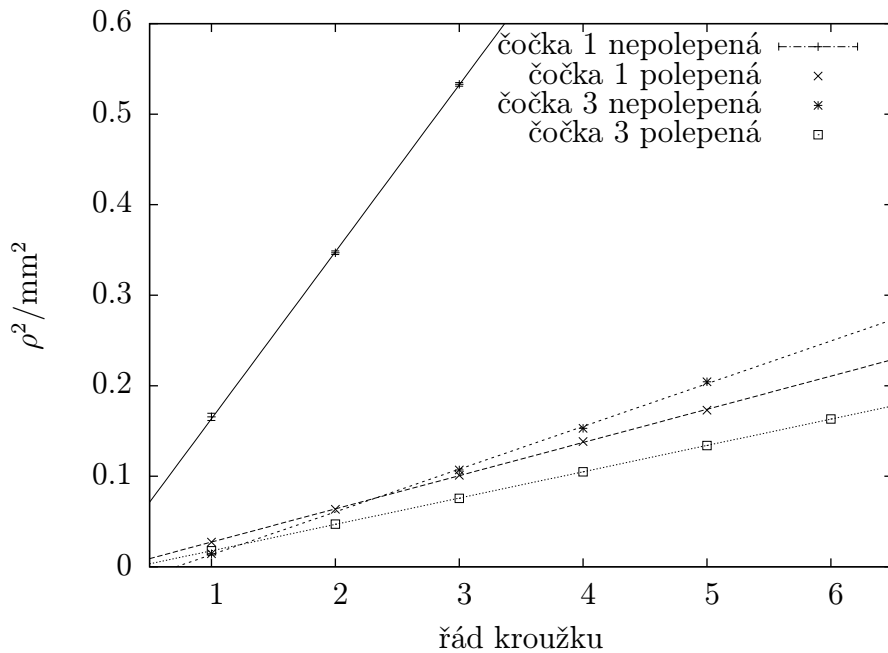
a ze vztahu (3) indexy lomu

$$n(1) = 1.643 \pm 0.008, \quad n(3) = 1.509 \pm 0.004.$$

Diskuse výsledků

Přesnost měření tloušťky vrstvy dopadla podle [1], tedy jednotky nanometrů. V rámci této přesnosti je tloušťka vrstvy na obou místech stejná. Různě velké rozestupy proužků na obou místech poukazují na různá sklonění polopropustného zrcadla, případně vrstvy samotné v těchto místech. To může být způsobeno např. mírným zkroucením. Jak ale vidíme, nijak to měření nenarušilo.

Z Obrázku 3 vidíme, že čočky skutečně ne ve všech případech doléhaly přesně na destičku a že tedy parametr d v (2) má dobrý smysl. Naměřené indexy lomu obou čoček leží v oblasti, ze které se běžně optická skla rekrutují.



Obrázek 2: Závislosti poloměru kroužku na jeho řádu

Závěr

Změřili jsme tloušťku vrstvy na dvou místech s výsledkem

$$t(1) = (507 \pm 7) \text{ nm}, \quad t(2) = (510 \pm 7) \text{ nm}$$

a vrstva je tedy v rámci chyby měření na obou místech stejně silná.

Okalibrovali jsme stupnici okuláru s výsledkem

$$l = (1.604 \pm 0.003) \mu\text{m}/\text{dílek}.$$

Změřili jsme oba poloměry křivosti čoček 1 a 3 s výsledky

$$\begin{aligned} R(1, \text{nep.}) &= (312 \pm 3) \text{ mm}, & R(1, \text{pol.}) &= (62.3 \pm 0.4) \text{ mm}, \\ R(3, \text{nep.}) &= (49.3 \pm 0.1) \text{ mm}, & R(3, \text{pol.}) &= (79.4 \pm 0.9) \text{ mm}. \end{aligned}$$

Srovnáním s naměřenými optickými mohutnostmi jsme dostali idnexu lomu

$$n(1) = 1.643 \pm 0.008, \quad n(3) = 1.509 \pm 0.004.$$

Reference

- [1] *Studijní texty Praktika III* [online]. <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>.
- [2] Brož, J. – Roskovec, V. – Valouch, M. *Fyzikální a matematické tabulky*. SNTL. Praha 1980.