

Pracovní úkol

1. Změřte závislost indexu lomu vzduchu na tlaku $n(p)$.
2. Závislost $n(p)$ zpracujte graficky. Vyneste také závislost vlnové délky sodíkové čáry na indexu lomu vzduchu $\lambda(n)$. Proveďte lineární regresi závislosti $n(p)$, stanovte chybu parametrů získaných lineární regresi.
3. Porovnáním tabelovaného n_{15,p_0} a změřeného n_{t,p_0} stanovte teplotu laboratoře (včetně chyby).

Teoretický úvod

Při průchodu prostředím je světlo zpomalováno interakcí s částicemi prostředí. Zpomalení světla se popisuje tzv. *indexem lomu* světla, který je definován jako poměr fázové rychlosti světla ve vakuu a v materiálu. Z prvních dvou vět plyne, že index lomu by měl přímo záviset na hustotě materiálu. V případě plynu za běžných tlaků je jeho hustota přímo úměrná tlaku a jelikož jsou tyto hustoty velmi malé oproti pevným látkám, můžeme očekávat lineární vztah

$$n = 1 + \alpha p. \quad (1)$$

Závislost vlnové délky na indexu lomu je zřejmě

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}. \quad (2)$$

Jaminův interferometr umožňuje určit rozdíl indexů lomů při dvou různých tlacích. Projití jednoho proužku stejného sklonu přes nitkový kříž v dalekohledu odpovídá změně fázového rozdílu o jednu vlnovou délku. Ta ale zase odpovídá jisté změně v indexu lomu a porovnáním tak

$$n = n_0 + \frac{k\lambda}{l}, \quad (3)$$

kde k je počet proužků, které prošly přes nitkový kříž při změně indexu lomu z n_0 na n , λ je vlnová délka monochromatického zdroje, kterým aparaturu osvětlujeme a l je délka dráhy paprsku ve zkoumaném materiálu.

Z empirického vztahu pro změnu indexu lomu vzduchu s tlakem a teplotou v [1] plyne pro teplotu vztah

$$\frac{t}{^\circ\text{C}} = \frac{(n_{15,p_0} - 1)(1 + 15\gamma)}{\alpha\gamma p_0}, \quad (4)$$

kde $n_{15,p_0} = 1.00027714$ je index lomu vzduchu při teplotě 15°C a standardním atmosférickém tlaku p_0 a $\gamma = 3.67 \times 10^{-3}$ je teplotní součinitel objemové roztažnosti vzduchu.

Statistické zpracování

Chybu veličiny $u = f(x_i)$ počítáme ze vztahu

$$\delta_u = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \delta_{x_i} \right)^2},$$

kde x_i jsou nezávislé veličiny a δ_{x_i} jejich chyby.

Při fitování vztahu na naměřená data používáme program *Gnuplot*. Ten aplikuje metodu nejmenších čtverců. V případě lineárního fitování jsou parametry dopočítány algebraicky, v případě nelineárního iterativně. Chyby parametrů fitování mají stejné vlastnosti jako standardní směrodatné odchylky.

Výsledky měření

Teplota vzduchu v laboratoři změřená rtuťovým teploměrem byla $(22.1 \pm 0.1)^\circ\text{C}$. Délka kyvet byla 50 cm. Jako zdroj světla jsme použili sodíkovou výbojku. Postup měření byl následující. Nejprve jsme evakuovali jednu z kyvet, čímž jsme v kyvetě vytvořili prostředí s indexem lomu $n = 1$ (vakuum). Potom jsme napouštěním kohoutem pomalu regulovali zvyšování tlaku v kyvetě, přičemž jsme zaznamenali tlak každých 10 uběhnutých interferenčních proužků. Pokračovali jsme, až tlak v kyvetě dosáhl atmosférického tlaku. Výsledky jsou v Tabulce 1.

Pomocí (3) jsme potom z k dopočítali n . Všechna tři měření jsou vynesena v jednom grafu na Obrázku 1. Data jsme proložili přímkou (1) s výsledkem

$$\alpha = (2.6485 \pm 0.0005) \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}.$$

Dosažením do (4) získáme

$$t = (24.40 \pm 0.05)^\circ\text{C}.$$

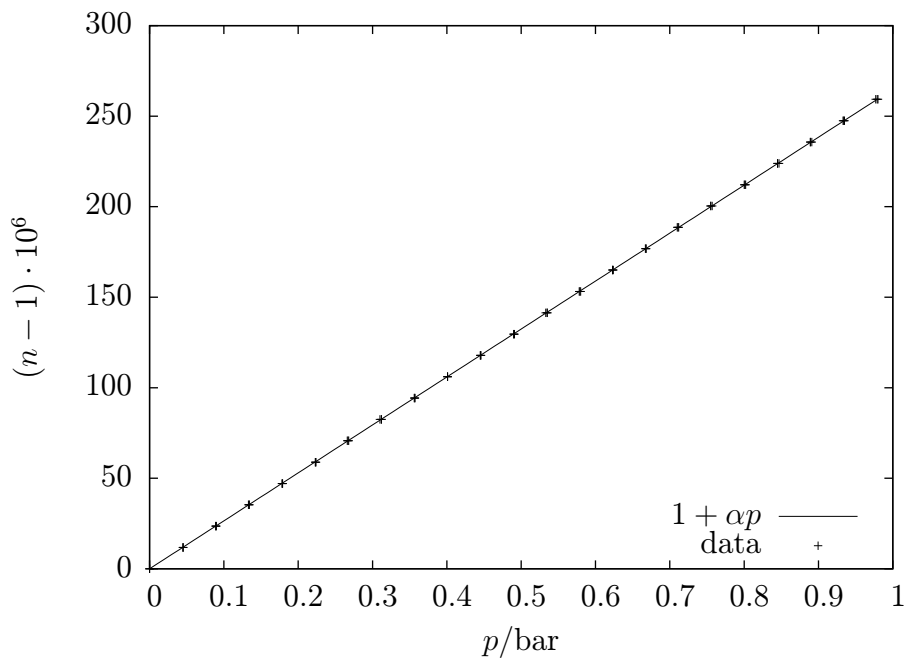
Diskuse výsledků

Závislost indexu lomu na tlaku je podle očekávání přesně lineární. Z výsledků a vztahu (3) vidíme, že sodíková čára se během měření neposunula o více než 0.2 nm, což je zanedbatelné vůči chybě měření i šířce sodíkového dubletu.

Teplota získaná z regresního koeficientu je o 2°C vyšší než změřená teploměrem, přičemž chyby jsou mnohem menší. Existuje množství možných důvodů. Jisté pochybnosti můžeme mít o použitém barometru, který ukazoval atmosférický tlak 980 hPa, zatímco meteorologické stanice v Praze udávaly pro den měření 1001 hPa. Vztah použitý k výpočtu teploty je empirický a tudíž ne zcela přesný, navíc je kalibrován na suchý vzduch s definovaným obsahem CO_2 , což vzduch v laboratoři zdaleka nemusel splňovat. Sodíková výbojka byla neceý púlmetr od obou katod a mohla tak vzduchu v nich mírně ohřívát.

k	p/hPa		
0	0	0	0
10	45	45	45
20	89	90	89
30	133	134	134
40	178	179	179
50	224	223	223
60	266	268	267
70	310	312	312
80	356	357	357
90	401	401	401
100	445	446	445
110	491	490	490
120	535	535	533
130	579	580	578
140	623	624	623
150	667	668	668
160	712	710	711
170	757	755	755
180	801	802	800
190	845	847	845
200	891	889	889
210	935	934	933
220	980	979	977

Tabulka 1: Měření závislost $n(p)$



Obrázek 1: Závislost indexu lomu vzduchu na tlaku

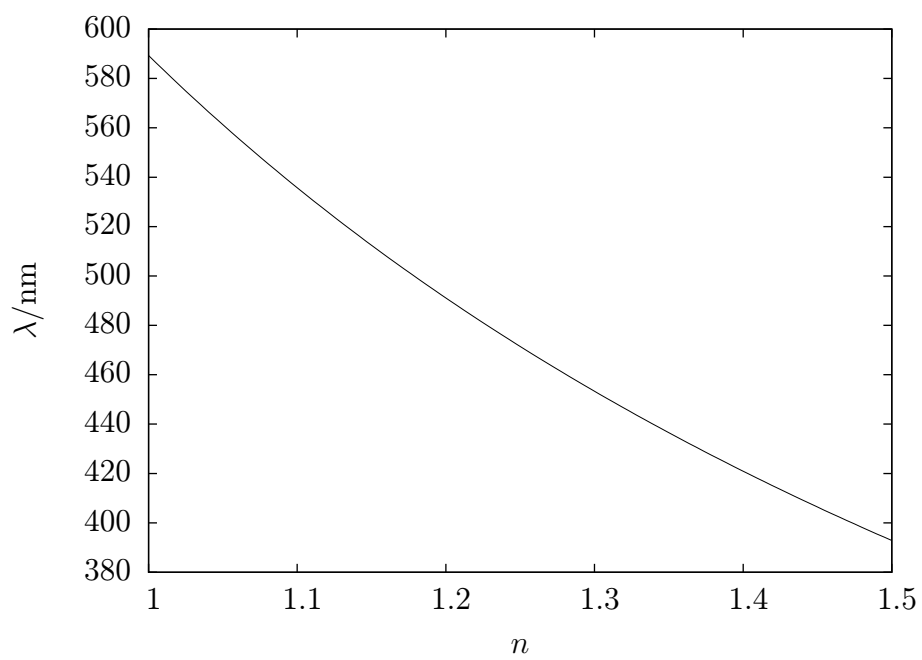
Závěr

Naměřili jsme závislost indexu lomu vzduchu na jeho tlaku v rozmezí 0–1 bar. Naměřená data i s proloženou křivkou jsou na Obrázku 1. Z regrese jsme získali teplotu vzduchu v kyvetách $(24.40 \pm 0.05)^\circ\text{C}$.

Dále vynášíme závislost vlnové délky na indexu lomu podle (3) na Obrázku 2.

Reference

- [1] Brož, J. – Roskovec, V. – Valouch, M. *Fyzikální a matematické tabulky*. SNTL. Praha 1980.



Obrázek 2: Závislost vlnové délky sodíkové výbojky na indexu lomu