

## Pracovní úkol

1. Ze změřeného ohybového obrazce zobrazeného na milimetrovém papíru určete mřížkovou konstantu mřížky.
2. Pomocí aparatury proměřte ohybové obrazce mřížky, 2 vybraných štěrbin a 2 vybraných dvojštěrbín. Zpracováním měření určete parametry použitých difrakčních prvků.
3. Okalibrujte mikroskopový okulár metodou postupných měření a lineární regresí. Odhadněte relativní chybu kalibrace.
4. Mikroskopem změřte parametry všech použitých difrakčních prvků.
5. Výsledky měření v úkolech č.1, č.2 a č.4 srovnajte a diskutujte, v kterém případě jsou spočtené parametry zatíženy nejmenší chybou.

K referátu přiložte vytištěné ohybové obrazce.

## Teoretický úvod

Difrakcí se nazývá jev, kdy na hranách objektů dochází k interferenci světla. Výsledné obrazce, které vznikají na stínítku, v sobě nesou informaci o geometrických rozměrech těchto objektů. V [1] je odvozeno, že za štěrbinou šířky  $b$  vzniká obrazec o úhlové závislosti intenzity světla

$$\frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda}\varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda}\varphi\right)^2} = \text{sinc}^2\left(\frac{\pi b}{\lambda}\varphi\right), \quad (1)$$

kde  $\varphi$  je úhel mezi optickou osou a směrem pozorování a  $\lambda$  je vlnová délka použitého světla. Stejná závislost pro dvojici stejných štěrbin, jejichž středy jsou vzdáleny  $d$ , je

$$\text{sinc}^2\left(\frac{\pi b}{\lambda}\varphi\right) \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\varphi\right). \quad (2)$$

Mřížka s mřížkovou konstantou  $a$  dává ostrá hlavní maxima v úhlech splňujících

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{a}, \quad k \text{ je celé číslo.} \quad (3)$$

## Statistické zpracování

Chybu veličiny  $u = f(x_i)$  počítáme ze vztahu

$$\delta_u = \sqrt{\Delta \mathbf{x}^t \boldsymbol{\rho} \Delta \mathbf{x}}.$$

$x/\text{cm}$			
0.0	1.2	2.4	3.6
4.8	6.8	6.0	7.2
8.4	9.6	10.8	-1.15
-2.35	-3.6	-4.75	-5.95
-7.2	-8.35	-9.6	-10.8

Tabulka 1: Měření maxim mřížky pomocí milimetrového papíru

$x/\text{mm}$	$-24.605 \pm 0.002$	$-12.057 \pm 0.001$	$0.543 \pm 0.001$
	$12.925 \pm 0.001$	$25.396 \pm 0.001$	

Tabulka 2: Měření maxim mřížky pomocí detektoru

kde  $\Delta x_i = \partial_{x_i} f \times \delta_{x_i}$ ,  $\delta_{x_i}$  jsou chyby veličin  $x_i$  a  $\rho$  je korelační matice. Pro nezávislé veličiny je  $\rho = \mathbf{1}$ .

Při prokládání vztahu naměřenými daty používáme program *Gnuplot*. Ten aplikuje metodu nejmenších čtverců. V případě lineárního fitování jsou parametry dopočítány algebraicky, v případě nelineárního iterativně. Chyby parametrů fitování mají stejné matematické vlastnosti jako standardní směrodatné odchylky. Vypočítané parametry ovšem nemusí být nezávislé veličiny, je proto nutné s nimi dále pracovat pomocí korelační matice, kterou *Gnuplot* pro každé proložení poskytuje.

## Výsledky měření

Pro všechna měření jsme používali kolimovaný svazek He–Ne laseru o vlnové délce 632.8 nm. Nejprve jsme zaznamenali polohy maxim při difrakci na mřížce na milimetrovém papíře. Vzdálenost stínítka a mřížky byla  $(100.4 \pm 0.3)$  cm, chyba je odhadnutá. Odečtené pozice maxim jsou v Tabulce 1. Lineární regresí získáme

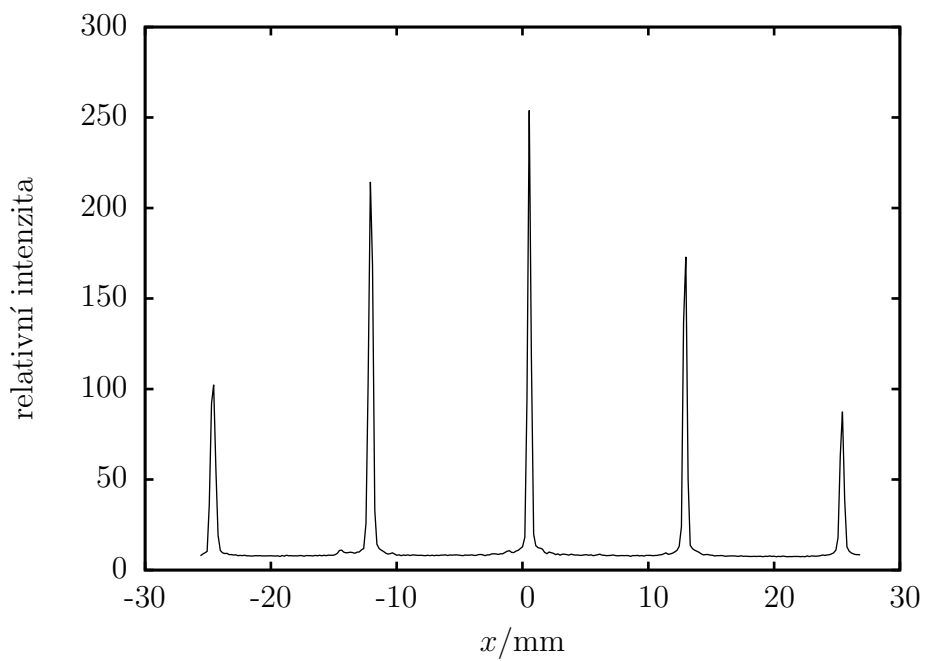
$$\Delta x = (1.198 \pm 0.001) \text{ cm},$$

z čehož použitím (3)

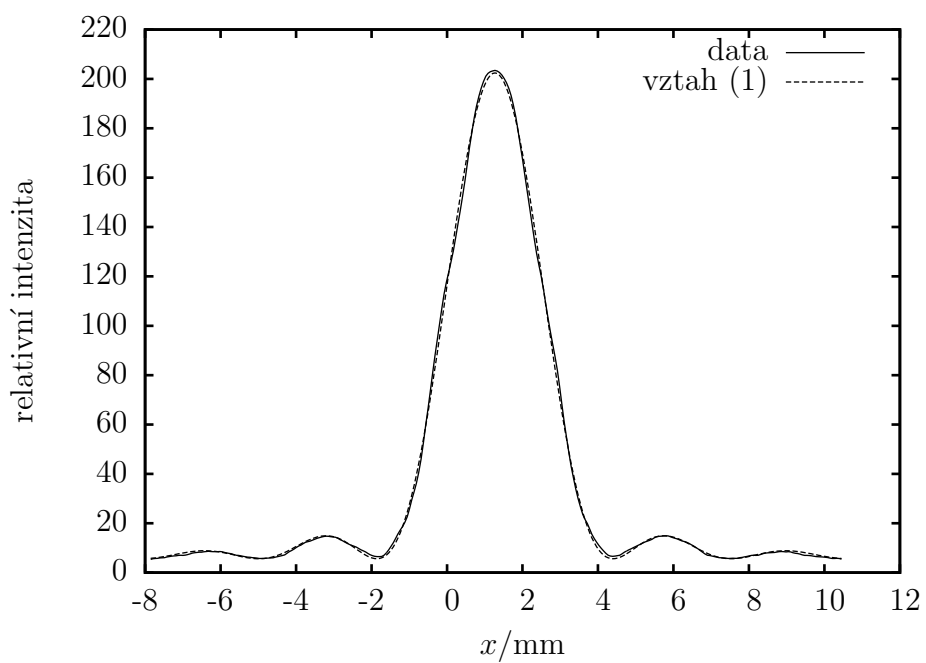
$$a = (54.9 \pm 0.2) \mu\text{m}.$$

Dále jsme pro zaznamenání difrakčních obrazců využili motorkem posouváný detektor s fotodiodou. Polohu detektoru jsme odečítali počítačem. Na Obrázcích 1, 2, 3, 4, 5 jsou výsledné závislosti včetně proložených teoretických vztahů. Vzdálenost čidla a štěrbin byla  $(111.5 \pm 0.5)$  cm a čidla a mřížky  $(107.0 \pm 0.2)$  cm. Proložením gaussovských křivek maximy v obrazci mřížky jsme dostali polohy maxim v Tabulce 2. Lineární regresí a vztahem (3) dostaneme

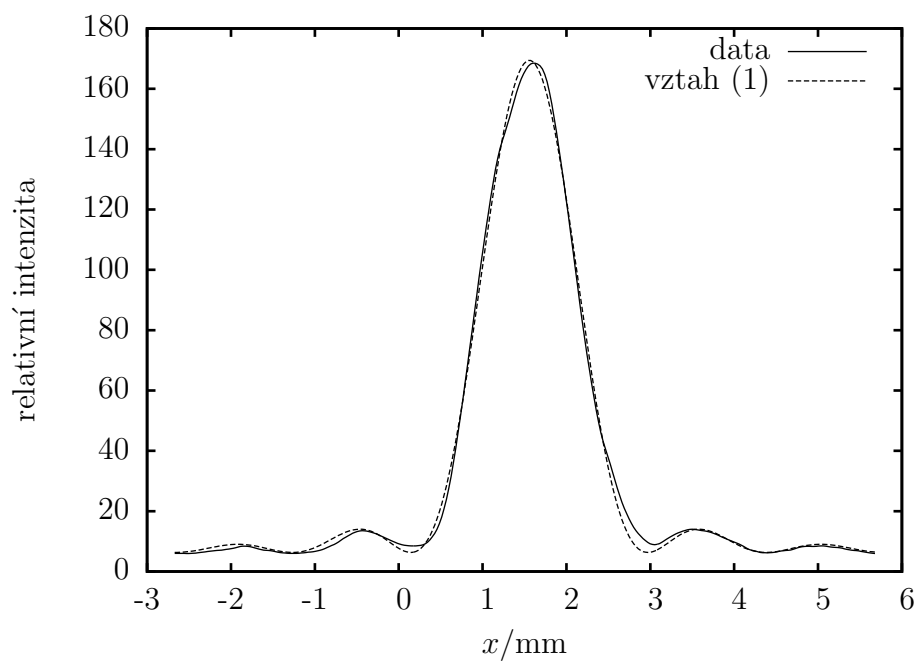
$$a = (54.9 \pm 0.2) \mu\text{m}.$$



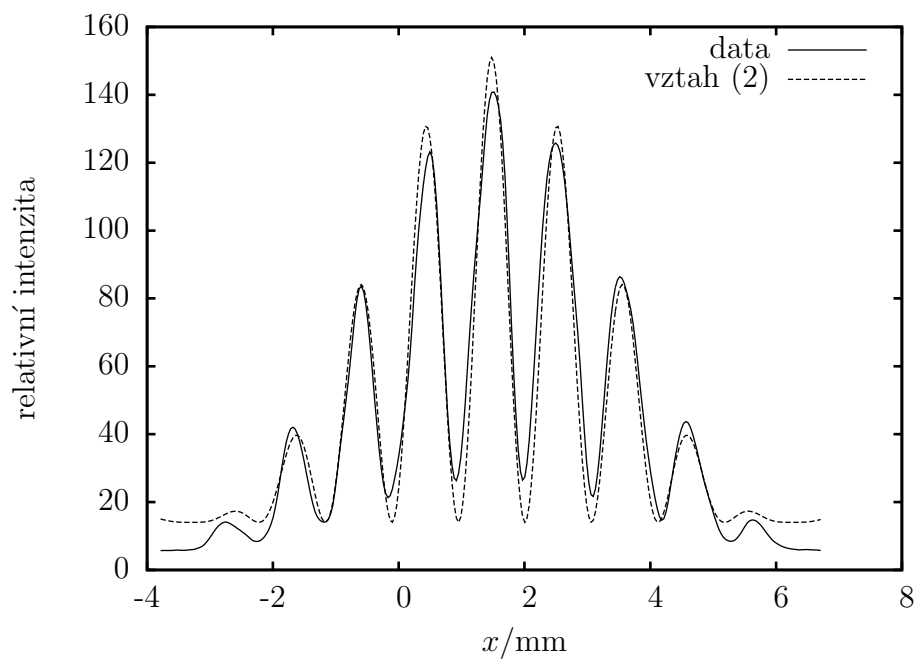
Obrázek 1: Mřížka



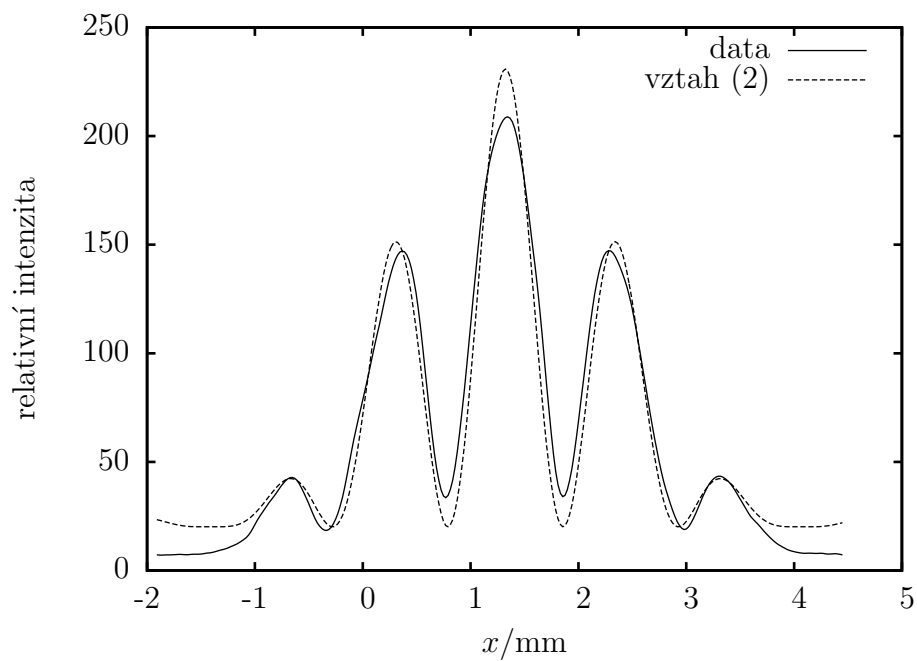
Obrázek 2: Štěrbina B



Obrázek 3: Štěrbina C



Obrázek 4: Dvojštěrbina A



Obrázek 5: Dvojštěrbina B

	$b/\mu\text{m}$	$d/\mu\text{m}$
štěrbina B	$225 \pm 1$	
štěrbina C	$499 \pm 1$	
dvojštěrbina A	$147 \pm 2$	$667 \pm 4$
dvojštěrbina B	$251 \pm 3$	$660 \pm 5$

Tabulka 3: Rozměry štěrbin z difrakčních obrazců

$x/\text{dílek}$			
-250	-187	-125	-62
0	62	124	187
249	312	374	

Tabulka 4: Kalibrace okuláru

Proložení ostatních orbazců vztahy (1), (2) dostaneme parametry v Tabulce 3.

Pro kalibraci okuláru mikroskopu jsme použili stupnici s dílky o velikosti 0.1 mm. Polohy jednotlivých dílků odečtené z otočné stupnice okuláru jsou v Tabulce 4. Lineární regresí dostaneme velikost jednoho dílku stupnice okuláru

$$1 \text{ d} = (1.604 \pm 0.001) \mu\text{m}.$$

Proměřili jsme velikosti všech použitých difrakčních prvků pomocí zkalibrovaného mikroskopu. Změřili jsme polohy každého druhého vrypu mřížky: 6, 70, 133, 195, 258, 322, 386. Lineární regresí a kalibračním vztahem dostaneme mřížkovou konstantu

$$a = (50.7 \pm 0.1) \mu\text{m}.$$

Změřili jsme polohy okrajů štěrbin, každý jednou, chyba je odhadnuta jako polovina dílku okulárové stupnice. U dvouštěrbin jsme rozměry určili ze změřených poloh všech čtyř okrajů, chyba je odhadnuta stejně. Výsledky jsou z úspory místa uvedeny ve shrnující tabulce v Závěru.

## Diskuse výsledků

Mřížková konstanta vyšla z obou difrakčních metod shodně na hraně chybových rozmezí. To může být dáno i tím, že jsme podcenili chyby plynoucí z určení vzdálenosti stínítka a mřížky.

Velikosti určené difrakčně a mikroskopem už se ovšem liší daleko mimo rozsah chyb. S tím, že mikroskopem určené hodnoty jsou vždy zhruba o 10–20% menší. Chyba je tak určitě systematického charakteru. Na mikroskopické metodě by mohla selhat snad jen kalibrační stupnice, což je vysoce nepravděpodobné. Navíc takto způsobená chyba by byla konstantní. Mikroskopickou metodu proto považujeme za správnou.

Jako nejpravděpodobnější se tak jeví ne zcela přesná kolimace laserového svazku, která by mohla pozorovanou chybu způsobit. Taková chyba by zřejmě závisela na rozměrech pozorovaného objektu. Dále ji podporuje nenulová intenzita v minimech na difrakčních obrazcích dvojštěrbin a ne zcela ostrá maxima v případech mřížky.

## Závěr

Změřili jsme mřížkovou konstantu třemi různými způsoby.

	milimetrový papír	detektor	mikroskop
$a/\mu\text{m}$	$54.9 \pm 0.2$	$54.5 \pm 0.2$	$50.7 \pm 0.1$

Změřili jsme rozměry různých difrakčních obrazců dvěma metodami.

	difrakce		mikroskop	
	$b/\mu\text{m}$	$d/\mu\text{m}$	$b/\mu\text{m}$	$d/\mu\text{m}$
štěrbina B	$225 \pm 1$		$208 \pm 2$	
štěrbina C	$499 \pm 1$		$462 \pm 4$	
dvojitštěrbina A	$147 \pm 2$	$667 \pm 4$	$121 \pm 1$	$601 \pm 5$
dvojitštěrbina B	$251 \pm 3$	$660 \pm 5$	$200 \pm 2$	$596 \pm 5$

Okalibrovali jsme okulár mikroskopu, převodní vztah je

$$1 \text{ d} = (1.604 \pm 0.001) \mu\text{m}.$$

Diskutovali jsme výsledky měření se závěrem, že difrakční metoda je zatížena systematickou chybou.

## Reference

- [1] *Studijní texty k úloze 6* [online].  
<http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>.